

数学 II 計算力チェック

3年 _____ 組 _____ 番 名前 _____

1. 積分をせよ。

(1) $\int_0^{-2} 3x \, dx$

(2) $\int_3^0 (x^2 + 3x - 1) \, dx$

(3) $\int_{-1}^2 (x+2)(x-2) \, dx$

(4) $\int_{-1}^3 (2x+3)^2 \, dx + \int_3^{-1} (2x+3)^2 \, dx$

略解

$$(1) \int_0^{-2} 3x \, dx = \left[3 \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^{-2} = \left(3 \cdot \frac{4}{2} \right) - (0) = 6$$

$$(2) \int_3^0 (x^2 + 3x - 1) dx = \left[\frac{x^3}{3} + 3 \cdot \frac{x^2}{2} - x \right]_3^0 = (0) - \left(\frac{27}{3} + 3 \cdot \frac{9}{2} - 3 \right) \\ = - \left(6 + \frac{27}{2} \right) = -\frac{39}{2}$$

$$(3) \int_{-1}^2 (x+2)(x-2) dx = \int_{-1}^2 (x^2 - 4) dx = \left[\frac{x^3}{3} - 4x \right]_{-1}^2 \\ = \left(\frac{8}{3} - 4 \cdot 2 \right) - \left(\frac{-1}{3} + 4 \cdot 1 \right) = 3 - 8 - 4 = -9$$

(4) 第1の積分と第2の積分では、被積分関数が $(2x+3)^2$ と共通で、積分範囲も第1の積分の積分範囲が -1 から 3 、第2の積分が 3 から -1 と逆転しているだけなので

$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$ を用いると良い。

$$\int_{-1}^3 (2x+3)^2 dx + \int_3^{-1} (2x+3)^2 dx = \int_{-1}^3 (2x+3)^2 dx - \int_{-1}^3 (2x+3)^2 dx = 0$$

別解

2つの積分の被積分関数が $(2x+3)^2$ と共通であり、

積分の範囲が -1 から 3 と 3 から -1 とつながるので、

$$\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx \quad \text{を用いて}$$

さらに、 $\int_a^a f(x) dx = 0$ を適用して、

$$\int_{-1}^3 (2x+3)^2 dx + \int_3^{-1} (2x+3)^2 dx = \int_{-1}^{-1} (2x+3)^2 dx = 0 \quad \text{としても良い。}$$